Zur freien Verfügung gestellt von Magda May, David Heiß und Olli März

Name: ____________________________ Klasse: _______

Zentrale Prüfungen 2025 - Mathematik

Generalprobe für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Prüfungsteil I: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Aufgabe 1

In einer Bäckerei kostete das $800\ g$ schwere „Vollkornbrot des Hauses“ bisher $4{,}80$ €. Nun wirbt die Bäckerei mit ihrer Aktionswoche. Auf einem Schild vor der Bäckerei steht:

Aktionswoche!

Unser Vollkornbrot des Hauses ist nun 25 % schwerer – und kostet nur 6,00 €.

Zur Videolösung!
https://youtu.be/lVCXRsjyofw

a) Berechne, wie schwer das Vollkornbrot des Hauses in der Aktionswoche ist.

b) Ist das Vollkornbrot des Hauses in der Aktionswoche günstiger als sonst? Begründe deine Entscheidung mit einer Rechnung.

Die Bäckerei schenkt allen Familien in der Aktionswoche eine Tüte mit Mini-Berlinern. In jeder Tüte sind 2 Mini-Berliner mit Marmeladenfüllung und 3 Mini-Berliner ohne Füllung. Anna greift in die Tüte und nimmt einen Mini-Berliner heraus.

c) Gib die Wahrscheinlichkeit in % dafür an, dass sie einen Mini-Berliner mit Marmeladenfüllung herausnimmt.

Aufgabe 2

a) Ordne die Zahlen. Fange bei der kleinsten Zahl an.

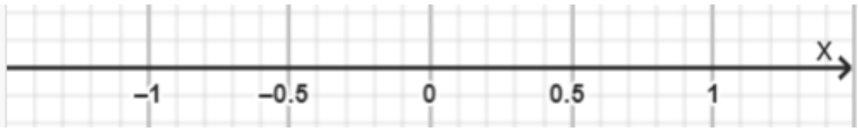
$-\frac{5}{6}$ $\qquad$ $0,\overline{6}$ $\qquad$ $65\ \%$ $\qquad$ $-\ 0{,}8$

Zur Videolösung!

https://www.youtube.com/watch?v=rNT27w64LvY

b) Markiere die Werte am Zahlenstrahl.

$\sqrt{0{,}25}$ $\qquad$ -2^{-1} $\qquad$ $\frac{3}{5}$



c) Fasse die Potenzen und Wurzeln so weit wie möglich zusammen.

1) $a^3 + a^3$ $\qquad$ 2) $a^2 \cdot b^2$ $\qquad$ 3) $a^7 \cdot a^{-1}$ $\qquad$ 4) $(c^2)^{\frac{1}{2}}$

Aufgabe 3

a) Löse das lineare Gleichungssystem. Notiere deinen Lösungsweg.

$$\begin{array}{ll} \mathrm{I} & 5x - 2y = 4 \\ \mathrm{II} & 3x + 2y = 20 \end{array}$$

https://youtu.be/H3rT24jrGJk

b) Gib zur Gleichung $\mathrm{I}\quad y = x + 2$ eine zweite Gleichung II an, sodass das lineare Gleichungssystem aus Gleichung I und Gleichung II **unendlich viele** Lösungen hat.

c) Gib zur Gleichung $\mathrm{I}\quad y = x + 2$ eine zweite Gleichung II an, sodass das lineare Gleichungssystem aus Gleichung I und Gleichung II **keine** Lösungen hat.

Aufgabe 4

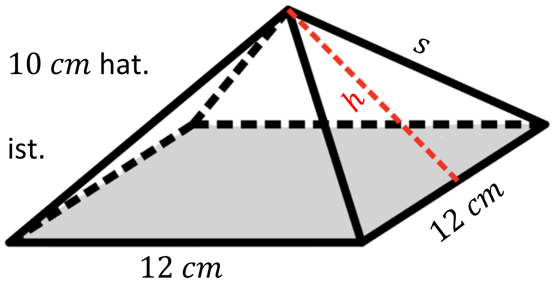
https://youtu.be/YqJeJNvQ3f4

Die abgebildete Pyramide hat eine quadratische Grundfläche mit einer Seitenlänge von $12\ cm$. Die Summe der Längen aller Kanten der Pyramide ergibt $88\ cm$.

a) Zeige, dass die Seitenkante s eine Länge von $10\ cm$ hat.

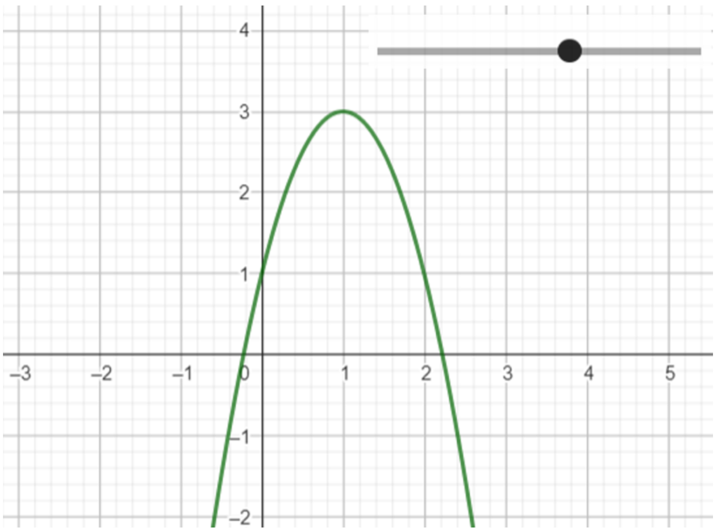
b) Zeige, dass die Höhe h einer Seitenfläche $8\ cm$ lang ist.

c) Berechne den Oberflächeninhalt der Pyramide.



Aufgabe 5

Oliver stellt die Parabel $y = -2x^2 + 4x + c$ in einen Grafikrechner dar. Der Wert von c kann mit einem Schieberegler verändert werden.



https://www.youtube.com/watch?v=MbjetqrrYy8

a) Gib an, welchen Wert der Schieberegler in der Darstellung hat.

b) Zeichne den Punkt A mit den Koordinaten $(0|3)$ in das Koordinatensystem ein.

c) Zeichne die Gerade g durch den Punkt A mit der Steigung $m = -2$ ein.

Aufgabe 6

David legt nach dem Einkaufen immer alle 1- bis 20-Cent-Stücke aus seiner Geldbörse in ein Glas. Von jeder Münze sind ungefähr gleich viele vorhanden. Im Bild rechts siehst du wie sie alle ausgeschüttet auf einer Matte liegen.

Schätze wie viel Geld auf dem Bild zu sehen ist.

Beschreibe dein Vorgehen.

https://youtu.be/Lj6DfPUCQ9k

Name: ______________________________ Klasse: ________

Teil 1

https://youtu.be/x8wOhpq_SEM

Prüfungsteil II: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabe 1: Der Schulweg mit dem E-Scooter

Jannis hat in den Osterferien einen E-Scooter bekommen und fährt seitdem jeden Tag mit dem E-Scooter zur Schule. Im folgenden Weg-Zeit-Diagramm siehst du Jannis' Fahrt zur Schule von gestern. Auf einer ebenen Fläche beträgt die Höchstgeschwindigkeit des E-Scooters $25\ km/h$.

a) Lies aus dem Diagramm ab, wie lange Jannis für den Schulweg gebraucht hat und wie lang die gesamte Strecke zur Schule ist.

b) Während der Fahrt passieren verschiedene Dinge. Kreuze an, ob die folgenden Aussagen mit dem Diagramm vereinbar sind oder ob man sie nicht aus dem Diagramm ablesen kann.

Aussage	ja	nein	nicht ablesbar
Jannis hält nach 12,5 Minuten beim Bäcker an, um sich ein belegtes Brötchen zu kaufen.			
Nachdem er beim Bäcker war, geht er 10 Minuten mit einem Freund zu Fuß weiter.			
Nach einer Minute fährt Jannis für ca. $1\ km$ steil bergab.			
Nach $4\ km$ fährt er einen ca. $500\ m$ langen Umweg.			

Wenn Jannis spät dran ist, fährt er ohne Pause und mit gleichmäßiger Geschwindigkeit zur Schule.

c) Zeichne diese Situation zusätzlich in das Weg-Zeit-Diagramm ein und lies ab, wie lange er dann für den Schulweg benötigt.

Jannis könnte eine Abkürzung nehmen. Dabei muss er einen Hügel mit konstanter Steigung überwinden. Die horizontale Entfernung beträgt $280\ m$, der Höhenunterschied $14\ m$.

d) Zeige durch eine Rechnung, dass die Steigung $5\ \%$ beträgt.

Teil 2

https://youtu.be/rkOVYwl-RIA

Die Geschwindigkeit des E-Scooters nimmt mit zunehmender Steigung ab. Jannis hat ein älteres Modell und sein E-Scooter verliert pro Prozent Steigung etwa $5{,}5\ \%$ seiner Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit lässt sich durch folgende Funktion beschreiben: $f(x) = 25 \cdot 0{,}945^x$, wobei x für die Steigung in % und $f(x)$ für die Geschwindigkeit in km/h steht.

e) Erkläre, was die Werte 25 und $0{,}945$ im Sachzusammenhang bedeuten.

Jannis fährt am nächsten Tag die Abkürzung.

f) Berechne, wie schnell der E-Scooter dort noch fährt.

Der E-Scooter schaltet sich bei voller Auslastung und einer Geschwindigkeit unter $10\ km/h$ automatisch ab.

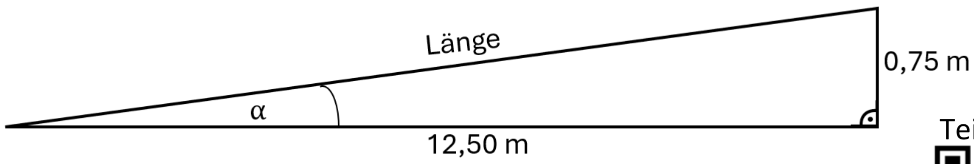
g) Berechne, bis zu welcher maximalen Steigung Jannis mit Motorunterstützung fahren kann.

Aufgabe 2: Mathe im Freizeitpark

Das MATHELAND ist einer der größten Freizeitsparks Deutschlands. Der Park möchte ein annähernd kreisrundes Karussell namens „Circle Spin“ mit einem Durchmesser von 20 Metern bauen. Der Parkleiter, Mister Pi, plant hierfür eine quadratische Fläche von 22 Metern Seitenlänge. Aufgrund der Bauvorschriften müssen noch mindestens 35 % der Fläche frei bleiben. Runde alle deine Ergebnisse in dieser Aufgabe auf zwei Nachkommastellen genau.

a) Zeige durch eine Rechnung, dass die Fläche ausreichend groß ist.

Eine Rampe zum Circle Spin soll für Rollstühle und Kinderwagen befahrbar sein. Dafür darf die Steigung maximal 6 % betragen.



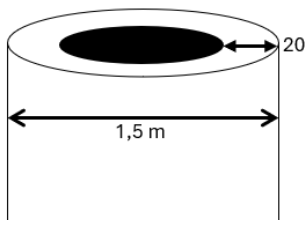
Teil 1

tps://www.youtube.com/watch?v=ivv8TFs_n8Q

b) Berechne die Länge der Rampe.

c) Gib den Steigungswinkel α an.

Der Träger des Circle Spin ist eine $10\ m$ hohe zylindrische Säule aus Metall mit einem Durchmesser von $1{,}5\ m$. Die Säule kann als Hohlzylinder beschrieben werden. Die Breite des Kreisrings beträgt $20\ cm$.



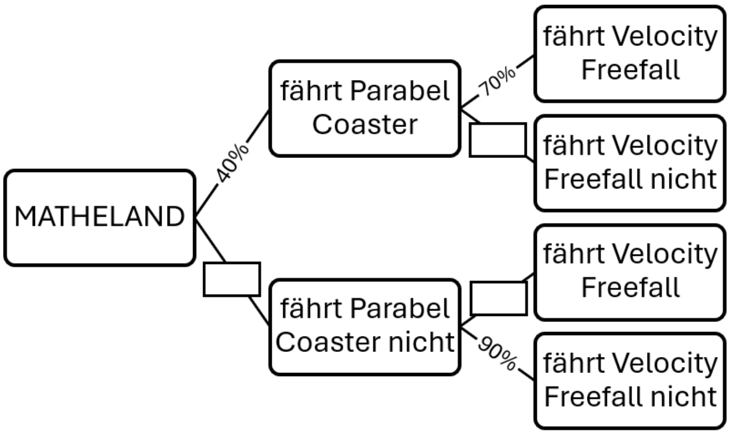
d) Berechne, wie viel m^3 Metall für die Herstellung der Säule benötigt wird.

e) Das Material der Säule hat eine Dichte von $7.874\ kg/m^3$. Berechne das Gewicht der Säule in t.

Teil 2

https://www.youtube.com/watch?v=6J4FmxRbt5o

Besucher von MATHELAND lieben den Parabel Coaster und den Velocity Freefall Tower. Wenn ein Besucher den Parabel Coaster fährt, fährt er mit höherer Wahrscheinlichkeit auch den Velocity Freefall. Das folgende Baumdiagramm beschreibt das Fahrverhalten der Besucher:



f) Ergänze die drei fehlenden Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.

g) Oliver wundert sich über die langen Wartezeiten am Velocity Freefall. Er behauptet, dass zwei Drittel der Besucher die Attraktion gar nicht nutzen. Überprüfe durch eine Rechnung, ob er Recht hat.

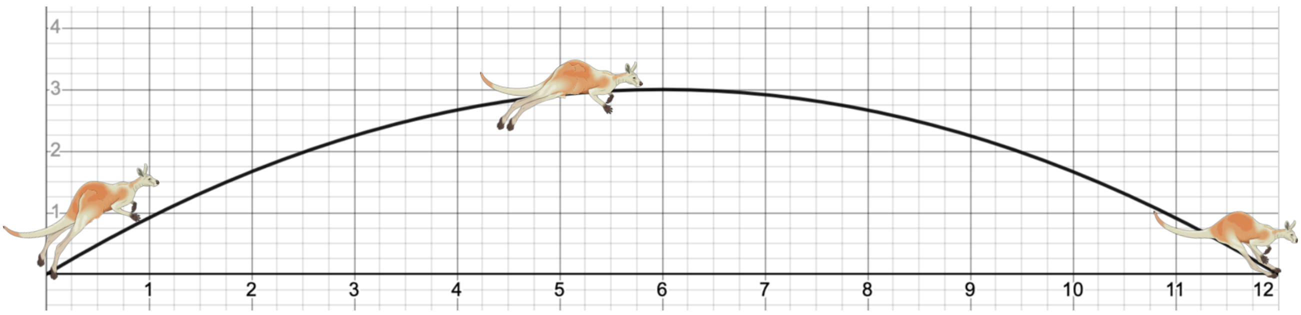
Teil 1

https://youtu.be/ziqWTvrNuFI

Aufgabe 3: Parabelsprung des großen Kängurus

Das Rote Riesenkänguru kann dank seiner kräftigen Hinterbeine enorm weit und hoch springen – und das näherungsweise parabelförmig!

Magda beobachtet ein wildes Rotes Riesenkänguru in Australien und misst seine Sprungweite und -höhe im Verlauf eines Tages. Der beste Sprung war $12\ m$ weit und $3\ m$ hoch. Die Abbildung zeigt den beobachteten Sprung des Kängurus:

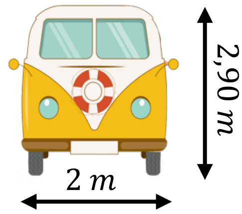


a) Begründe mit Hilfe der Abbildung, dass sich die Funktion $f(x) = a \cdot (x-6)^2 + 3$ mit $a < 0$ zur Modellierung des beobachteten Sprungs eignet, und zeige durch eine Rechnung, dass der Streckfaktor a hier $a = -\frac{1}{12}$ beträgt.

Der beobachtete Sprung kann somit durch den Graphen der Funktion $f(x) = -\frac{1}{12}(x-6)^2 + 3$ beschrieben werden.

b) Weise rechnerisch nach, dass das beobachtete Känguru $12\ m$ weit gesprungen ist.

c) In Australien sind viele Reisende mit ausgebauten Vans unterwegs. Magda denkt, dass das Känguru mit dem beobachteten Sprung auch über einen Van mit $2{,}90\ m$ Höhe und $2\ m$ Breite springen könnte. Hat Magda Recht? Begründe deine Antwort.



d) Der Graph der Funktion $g(x) = -\frac{1}{12}x^2 + x$ beschreibt denselben Sprung. Zeige durch Termumformungen, dass die Funktionsgleichungen von f und g dieselbe Parabel beschreiben.

Teil 2

https://youtu.be/JxxyNrFnaTA

Auf ihrer Australien-Reise lernt Magda außer den Kängurus noch weitere Beuteltiere kennen: Wombats. Sie erfährt zu ihrer großen Belustigung, dass Wombats die einzigen Tiere auf der Welt sind, deren Kot würfelförmig ist. Jeder Wombat setzt täglich bis zu 100 kleine Kotwürfel ab, die je etwa $2\,cm$ Kantenlänge haben.

Magda sammelt über einen Tag 100 Kotwürfel eines Wombats ein und stapelt sie wie in der Abbildung zu sehen immer weiter zu einer „Pyramiden-Mauer“ aufeinander, um sie für die Biologie-Sammlung ihrer Schule zu trocknen:

Figur 1

Figur 2

Figur 3

e) Magda setzt das Muster der „Pyramiden-Mauern“ fort, bis sie alle 100 gesammelten Kotwürfel verbraucht hat. Dabei rechnet Magda sich für jede Figur die Gesamtzahl der Würfel aus, indem sie die Würfel aus jeder „Etage“ der Figur addiert.

Vervollständige die Tabelle:

	Figur 1	**Figur 2**	**Figur 3**	**Figur 4**	**Figur 5**
Höhe der Figur	1	2	3		
Gesamtzahl der Kotwürfel	1	4	9		
Rechnung	1	$1+3$	$1+3+5$		

Magda stellt fest: Die Gesamtzahl der Kotwürfel kann in jeder Figur n als Summe der ersten n ungeraden Zahlen berechnet werden. Für Figur 3 werden demnach die ersten drei ungeraden Zahlen aufsummiert: $1 + 3 + 5 = 9$.

f) Magda bemerkt, dass die Summen der ungeraden Zahlen immer eine Quadratzahl ergeben. Erkläre mit Hilfe von Figur 3, warum $1+3+5=3^2$ ergibt. Veranschauliche deine Erklärung durch geeignete Eintragungen in Figur 3.

g) Gib an, wie hoch wird die Figur aus Magdas 100 Kotwürfeln wird. Gib außerdem an, wie viele Kotwürfel Magda für die nächste Figur fehlen.

Olli, David & Magda

wünschen euch viel Erfolg

bei der ZP 10!